**11 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| |  | | --- | | Максимальное время выполнения заданий: 235 мин. | | Все задания по 7 баллов. | |

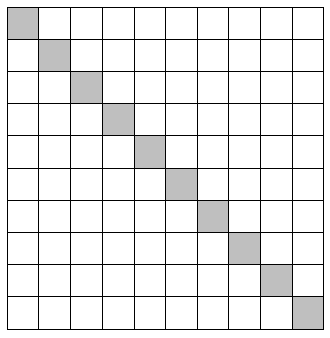
11.1. Случайным образом выбрали число от до . Найдите вероятность того, что выбрано число, все цифры которого меньше .

11.2. Пусть – наибольший нечётный делитель натурального числа . Например, , , . Вычислите значение суммы

.

11.3. Назовём прямую, пересекающую параболу с вершиной в точке в двух точках и , особенной, если угол прямой. Докажите, что все особенные прямые проходят через одну точку.

11.4. В клетках квадрата расставлены числа от до так, что соседние числа стоят в соседних клетках. Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону. Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел, расположенных в серых клетках (см. рисунок) ?



11.5. Точка – середина стороны остроугольного треугольника , внутри которого отмечена точка так, что . Около треугольников и описали окружности и . Прямая *MP* пересекает окружность в точке , а – в точке , причем . (Точка лежит между точками и , а точка – между точками и .) Докажите, что .