**Всероссийская олимпиада школьников. Муниципальный этап 2024/25 уч.г.**

**Математика, 7 класс, решения**

**Время выполнения 235 мин. Максимальное кол-во баллов – 35**

**Все задания по 7 баллов**

**Критерии оценивания заданий**

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное (верное) решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение в целом верное. Однако не рассмотрены отдельные случаи, либо решение содержит ряд ошибок, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка+пример» верно построен пример. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

***\*Указания к оцениванию задач содержатся также в комментариях к решениям***

7.1. Замените разные буквы разными ненулевыми цифрами, а одинаковые буквы – одинаковыми ненулевыми цифрами так, чтобы получилось верное равенство:

.

**Ответ.** Например, если взять , , , , , , , , тогда

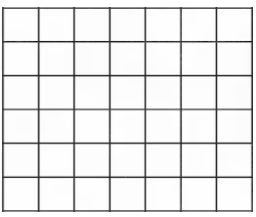
***Комментарий.*** *Любой верный пример – 7 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение – 1 балл. Приведён пример, в котором Д=0 – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

7.2. Число называется загадочным, если число, образованное любыми двумя подряд идущими цифрами из записи числа (в том же порядке, в котором они стоят в числе), делится на . Найдите количество загадочных пятизначных чисел.

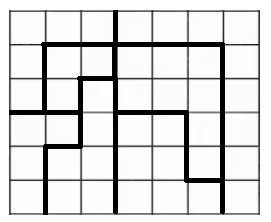
**Ответ.** .

**Решение.** В загадочном числе после может идти только , после – только , после – только . После – только , затем , затем – снова . После – только , а после и не может быть ничего. Таким образом, существует всего шесть пятизначных загадочных чисел: , , , , , .

***Комментарий.*** *Полное решение задачи – 7 баллов. Найдены допустимые комбинации цифр, но получен неверный ответ – 3 балла. Дан верный ответ без объяснений – 2 балла. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

7.3. Миша нарисовал в тетради прямоугольник , а затем разрезал его по линиям сетки на шестиугольников, площади которых являются последовательными натуральными числами. Покажите, как он мог это сделать.

**Ответ.** Можно заметить, что . На рисунке приведён пример возможного разрезания.



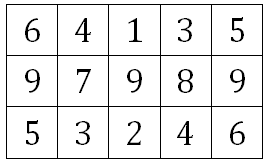
***Комментарий.*** *Приведён верный пример – 7 баллов. Верный рисунок является достаточным обоснованием ответа, за отсутствие пояснений баллы не снимать. Замечено, что , однако дальнейших продвижений нет – 2 балла. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

7.4. В классе учеников. В школьном журнале все дети выписаны в алфавитном порядке их фамилий, а имя Катя встречается нечётное число раз. Оказалось, что номер первой Кати в журнале равняется количеству Кать в классе, а номер третьей Кати в три раза больше. Кроме того, для любой Кати есть Катя в соседней строчке. Найдите все возможные наборы номеров Кать в журнале.

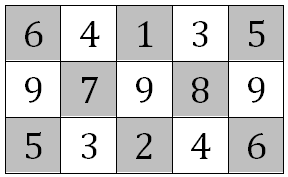
**Ответ.** 1) , , , , ; 2) , , , , , , ; 3) , , , , , , ; 4) , , , , , , .

**Решение.** Пусть – количество Кать в классе, по условию . Если Кать хотя бы , то номер последней Кати не меньше , поэтому . Так как количество Кать – нечётное, то . Таким образом, Кать в классе . Если , то номер первой Кати – , номер второй Кати – (так как у первой Кати должна быть Катя в соседней строке), а номер третьей Кати – . Получили противоречие: у последней Кати нет Кати в соседней строке. Если , то номер первой Кати – , номер второй Кати – , номер третьей Кати – , тогда номер четвёртой – и так как у последней, пятой Кати должна быть соседняя Катя, то ее номер – Если , то номер первой Кати – , номер второй Кати – , номер третьей Кати – , номер четвёртой – Если пятая Катя стоит -й, то шестая – -й или -й, а седьмая – -й или -й соответственно. Если пятая Катя стоит -й, то возможен единственный случай: шестая – -я, седьмая – -я. Таким образом, имеем варианта.

***Комментарий.*** *Следующие критерии суммируются. За каждый верный ответ ставить по 1 баллу; доказано, что других вариантов нет – 3 балла. Решение начато, есть некоторое продвижение – 1-2 балла. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

****7.5. Клетки таблицы заполнены цифрами так, как показано на рисунке. Вася ставит в одну из клеток таблицы фишку, а затем начинает перемещать её. При этом фишку можно перемещать в любую соседнюю по стороне клетку, но не разрешается посещать одну и ту же клетку дважды. Какое наибольшее число, составленное из цифр в порядке обхода, мог получить Вася?

**Ответ.** .

**Решение.** Число будет наибольшим, если удастся обойти все клетки таблицы. Докажем, что начиная с цифры , это сделать нельзя. Покрасим все клетки таблицы в шахматном порядке, получим чёрных и белых клеток. Так как при движении в соседнюю по стороне клетку цвета клеток чередуются, то если стартовать с белой клетки, то нельзя обойти больше клеток, поэтому получим максимум четырнадцатизначное число. Итак, необходимо начать с чёрной клетки. Число будет наибольшим, если первая цифра наибольшая из возможных, т.е. . Вторая цифра – , если мы выберем , стоящую справа от стартовой цифры , то третья цифра максимум , значит, выбираем слева от стартовой , затем выбираем её максимального соседа – . Далее выбираем максимального соседа – , затем максимального – и теперь маршрут определяется однозначно

.

***Комментарий.*** *Полное верное решение – 7 баллов. Доказано, почему нельзя, начиная с цифры 9, получить маршрут длины 15 – 4 балла; приведён верный пример – 3 балла, баллы суммируются. Доказано, что нужно начинать с цифры 8, но при этом следующим шагом выбрана «правая» цифра 9 – снимать 2 балла. Решение начато, есть некоторое продвижение – 1 балл. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*