Формирование финансовой грамотности на уроках математики.

Цель: применение различных задач и приемов по формированию финансовой грамотности на уроках математики.

Задача: исследовать финансовые задачи с помощью математического аппарата.

В формировании финансовой грамотности у учащихся математике принадлежит особая роль. Задачи, с элементами финансов, демонстрируют практическую ценность математики.

В начальной школе происходит знакомство с денежными знаками, ценой и стоимостью товаров. Младшие школьники учатся пользоваться карманными деньгами: оплачивать покупки, рассчитывать сдачу.

В 5 классе изучение темы «Понятие процента». На данном этапе основными видами задач являются: нахождение процента от числа; нахождение числа по данному проценту; нахождение процентного отношения чисел; увеличение (уменьшение) числа на заданный процент.

В 6 классе, познакомившись с пропорциями, ученики наблюдают, как снижаются или повышаются цены на те или иные товары, как зависит уплата налогов от заработной платы. Деление в данном отношении позволяет рассмотреть проблему распределения прибыли пропорционально внесенным деньгам, оплаты за выполненную работу

Финансовые задачи из ВПР для 5—6 классов

1.В интернет-магазине действует акция «Каждая третья книга – бесплатно». Покупатель сделал заказ на 7 книг. Сколько из этих книг покупатель получит бесплатно по акции? (5 класс)

Решение. $\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$. Получается, что две книги из 7 покупатель получит бесплатно по акции. *Ответ*: 2 книги.

2. В июне за водоснабжение заплатили 1500 руб., а в июле – на 40% меньше. На сколько рублей меньше заплатили в июле, чем в июне?

Решение. Посчитаем, сколько рублей составляет 40% от 1500.

$40 : 100 \cdot 1500 = 40 \cdot 15 = 15 \cdot 4 \cdot 10 = 600$ (р.). *Ответ*: 600 р.

7-9 классы. Встречаются задачи на повышение и понижение цены.

Для того чтобы в этих классах реализовать модель формирования финансовой грамотности, необходимо подбирать соответствующие задачи из дополнительных источников.

Кроме того, задачи с выбором оптимального варианта (денежного) включены в материалы ОГЭ за курс основной школы. В демонстрационном варианте ОГЭ предлагается задача №5.

В контрольных измерительных материалах для единого государственного экзамена по математике на профильном уровне имеются задания на умение использования приобретенных знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни - №1, №17.
Например, задача №1: *Цена на электрический чайник была повышена на 25% и стала составлять 1625 руб. Сколько стоил электрический чайник до повышения цены?*
Задача №17 с экономическим, финансовым содержанием появилась на ЕГЭ сравнительно недавно, в 2015г. Это задача с развернутым ответом на кредиты, вклады, оптимизацию, бизнес-планы, является заданием повышенного уровня.

Решение №17 включает в себя обязательное построение математической модели, то есть это обычная текстовая задача, но с экономическим (финансовым) уклоном и чаще всего с большим количеством вычислений.
Конечно, на различных сайтах и в математической литературе можно найти решения таких задач, но зачастую либо они содержат много лишней информации, либо они решены непонятным для учеников способом. Я же использовала табличный метод, так как считаю его самым наглядным и простым. Чтобы решить более сложную задачу, в которой можно будет переводить текст в таблицы и уравнения/неравенства.

Решение финансовых задач основывается на использовании различных математических моделей: уравнений, неравенств, их систем с привлечением процентов, арифметической и геометрической прогрессий и производной.
Вклады и кредиты – самый обширный блок. Здесь можно встретить различные схемы возврата кредита или увеличения суммы вклада.

Стояла задача – упорядочить данные таким образом, чтобы большой массив текста превратился в удобную математическую схему. Рассмотрели все типы задач.

Равные платежи

Особенность этого типа заданий в том, что заемщик всегда вносит одинаковые суммы.

Данные для всех задач:

S – сумма кредита

r% - годовые (ежемесячные) проценты

к=1+0,01r – коэффициент

х- ежегодная (ежемесячная) выплата

Последовательность заполнения с данными всегда одинаковая:
Начислили процент на сумму долга - посчитали выплату - посчитали, сколько долга осталось после.

Пример задачи:

31 декабря 2014 года Сергей взял в банке некоторую сумму в кредит под 12% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12%), затем Сергей переводит в банк 3512320 рублей. Какую сумму взял Сергей в банке, если он выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

Год	Долг с %	Платёж	Долг после выплаты
0		x	S
1	Sк	x	Sк- x
2	к(Sк- x)	x	к(Sк- x)-x
3	к(к(Sк- x)-x)	x	-

$S\kappa^3 - x\kappa^3 - x\kappa = x$
$S\kappa^3 - (1+\kappa+\kappa^2)x = 0$
Ответ: 8436000рублей.

Долг, убывающий согласно табличке
Задача похожа на прошлую. Разница лишь в том, что кроме процентов нам каждый месяц придется гасить не равную долю долга, а долю согласно таблице.
Пример задачи:
15-го января планируется взять кредит в банке на 1 млн рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:
− 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
− со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
− 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07	
Долг(в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0	

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн рублей.
Решение: S – сумма кредита (1000000рублей)
Найти : r% - годовые (ежемесячные) проценты
к=1+0,01r – коэффициент

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после

			выплаты
15.01			S
15.02	Sк	Sк-0,6 S	0,6S
15.03	0,6Sк	0,6Sк-0,4S	0,4S
15.04	0,4Sк	0,4Sк-0,3S	0,3S
15.05	0,3Sк	0,3Sк-0,2S	0,2S
15.06	0,2Sк	0,2Sк-0,1S	0,1S
15.07	0,1Sк	0,1Sк	0,1S- полная выплата - остаток 0

Общая сумма выплат:
(Sк+0,6Sк+0,4Sк+0,3Sк+0,2Sк+0,1Sк)-(0,6S+0,4S+0,3S+0,2S+0,1S)=
2,6Sк-1,6S=S(2,6к-1,6)=1*(2,6к-1,6)=2,6к-1,6
2,6к-1,6<1,2 ; 2,6к<2,8 ; к<1,076 ; к=1,07 ; r=7

Равномерно убывающий долг
Нужно уменьшать долг на одну и ту же величину. То есть за месяц пользования деньгами банк начислил на них процент, клиент теперь должен чуть больше. Своим платежом он оплатит банку проценты, чтобы заем стал таким, как до их начисления. А сверху внесет сумму, которая как раз и пойдет на то самое равномерное уменьшение долга.

<u>Пример задачи:</u>

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?

Решение:

Пусть $n-$ срок кредита :

Год	Долг на начало года	Основной платёж	Дополнительный платёж
1	16	$\frac{16}{n}$	$\frac{25}{100}\cdot 16 = 4$
…			
n	$\frac{16}{n}$	$\frac{16}{n}$	$\frac{25}{100}\cdot\frac{16}{n} = \frac{4}{n}$

Общая сумма выплат (ОСВ) – это все основные платежи и все дополнительные платежи (сумму всех дополнительных платежей найдём с помощью формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии)

Сумма первых n членов арифметической прогрессии $Sn = \dfrac{a1 + a2}{2} \cdot n$

$$\text{ОСВ} = n \cdot \frac{16}{n} + \frac{4 + \frac{4}{n}}{2} \cdot n = 38$$

$$16 + \left(2 + \frac{2}{n}\right) n = 38$$

$$16 + 2n + 2 = 38$$

$$2n = 20$$

$$n = 10$$

Ответ: 10

Погашение кредита в два этапа

Отличие от прошлого типа будет лишь в том, что в третий столбец мы будем записывать не равномерно убывающий долг, а перенесем остаток долга из таблицы условия.

Пример задачи:

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 13 месяцев. Условия возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 12-й долг должен быть на 50 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15-му числу 13-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 804 тысячи рублей?

Последовательно начисляем процент на остаток долга – считаем выплату – фиксируем остаток долга после выплаты. Сумму кредита возьмем за S.

	1-е число месяца Долг после начисления процента	**2-14 число** Выплата (набежавший процент + часть долга)	**15-е число** Долг после очередной выплаты
1 месяц	$S+\frac{r}{100}S=S(1+\frac{r}{100})$	$\underbrace{\frac{r}{100}S}_{\text{проценты}}+\underbrace{50}_{\text{в счет долга}}$	$S-50$
2 месяц	$(S-50)(1+\frac{r}{100})$	$\frac{r}{100}*(S-50)+50$	$S-50*2$
3 месяц	$(S-50*2)(1+\frac{r}{100})$	$\frac{r}{100}*(S-50*2)+50$	$S-50*3$
…	…	…	…
12 месяц	$(S-50*11)(1+\frac{r}{100})$	$\frac{r}{100}*(S-50*11)+50$	$S-50*12$
13 месяц	$(S-50*12)(1+\frac{r}{100})$	$\frac{r}{100}*(S-50*12)+\underbrace{a}_{\text{последний платеж в счет долга, который погасит его полностью}}$	0

Осталось составить уравнение, и модель готова. В задаче нам снова дали сумму всех выплат:

$$\frac{r}{100}S+50+\frac{r}{100}*(S-50)+50+\frac{r}{100}*(S-50*2)+50+\cdots+\frac{r}{100}*(S-50*11)+50+\frac{r}{100}*(S-50*12)+a=804$$

На протяжении всего обучения решение подобных задач должно сопровождаться дискуссией и приводить учеников к самостоятельным выводам о том, как правильно распоряжаться финансами. В процессе подготовки к ЕГЭ сформированы знания и умения по созданию и преобразованию математической модели при решении финансовых задач.

Школьник, решивший эти задачи, встретившись с подобной ситуацией в обычной жизни, сможет произвести расчеты и принять наиболее выгодное для себя решение. Практическая значимость - использование полученных знаний в повседневной жизни.

Левданская Галина Васильевна,
учитель математики,
МБОУ «Стретенская СШ»
имениП.М.Бахарева